შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	17.04.2011/ მათ/ II/ 187

ამოცანა № 1 — გვერდი № 1

ჩვენ მოცემული უტოლობა ჭეშმარიტია ნებისმიერი $x,y\in R$ მნიშვნელობებისთვის ამიტომ ჩავსვათ ამ უტოლობაში $x=0$ მნიშვნელობა მივიღებთ:
$f(0)+f(y)\ge 2f(y) \Leftrightarrow f(0)\ge f(y)$. $y\in R$ ნებისმიერია. ~~(ანუ უდიდესი)~~

ხოლო ახლა ჩავსვათ ფუნქციაში $x=r;\ y=-r$ მნიშვნელობები $r\in R$. ნებისმიერია. მივიღებთ რომ. $f(r)+f(-r)\ge 2f(0)$.

$$\begin{cases} f(0)\ge f(y) \\ f(r)+f(-r)\ge 2f(0) \end{cases}$$

გვაქვს სისტემა, ვიცით რომ $f(0)\ge f(y)$ სამართლიანია ნებისმიერი $y\in R$-სთვის ამიტომ $f(0)\ge f(r)$ და $f(0)\ge f(-r)$ შევკრიბოთ ეს 2 უტოლობა მივიღებთ. $2f(0)\ge f(r)+f(-r)$. ~~ჭეშმარიტია~~ გვაქვს სისტემა:

$$\begin{cases} 2f(0)\ge f(r)+f(-r) \\ 2f(0)\le f(r)+f(-r) \\ f(0)\ge f(y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2f(0)=f(r)+f(-r) \\ f(0)\ge f(y) \end{cases}$$

$2f(0)=f(r)+f(-r)$ სრულდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა. $f(0)=f(r)$ და $f(0)=f(-r)$ ჩვენ $f(0)\ge f(y)$. გამოვიყვანეთ რომ ნებისმიერი ცვლადის რაიმე მნიშვნელობა ~~ჭეშმარიტი~~ ფუნქციის ერთმანეთის ტოლია და ტოლია $f(0)$-ის. ამიტომ. $f(0)+f(0)+f(0)\ge 3f(0+0+0)$. $f(0)=f(x)$ $f(0)=f(y)$ $f(0)=f(z)$ და გამოვიდა: $f(x)+f(y)+f(z)\ge 3f(x+y+z)$
$(3f(x+y+z)=3f(0)$ $f(x)=0$ $f(y)=0$ $f(z)=0) \Rightarrow$
$\Rightarrow f(x)+f(y)+f(z)\ge 3f(x+y+z)$ ჩ.დ.ვ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

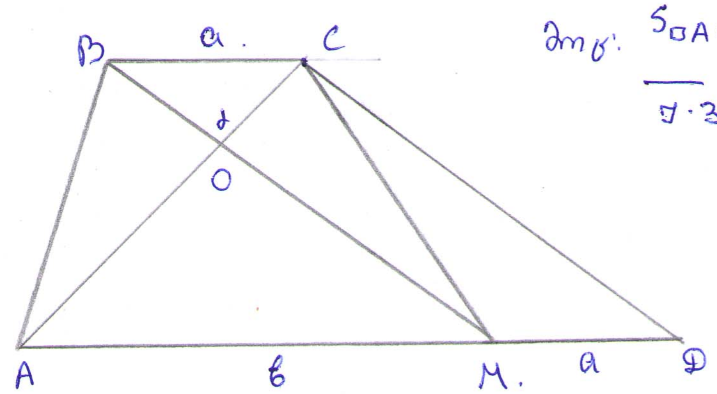
მაგიდა №	

17.04.2011/ მათ/ II/ 187

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

დავუშვათ ის 3 რიცხვი a, b, c მაშინ $a+b+c \vdots a \Leftrightarrow b+c \vdots a$;
$a+b+c \vdots b \Leftrightarrow a+c \vdots b$; $a+b+c \vdots c \Leftrightarrow a+b \vdots c$.



მოც: $S_{\square ABCM}=50$ $BC \parallel AD$. $AC+BM=20$.

ვ·3. h

გავავლოთ BM დიაგონალის პრ. C წერტილიდან და AM წრფესთან გადაკვეთის წერტილი D. $\square BCDM$ – პარალელოგრამია რადგან $BC \parallel MD$ $BM \parallel CD$. $BC=MD\equiv a$. $BM=CD$. $AM\equiv b$. ტრაპეციის ფართობი არის $h\cdot\frac{a+b}{2}=50$ $h=\frac{100}{a+b}$.

ΔACD-ში კოსინუსების თეორემა ($\angle ACD\equiv\alpha$) $AD^2=AC^2+CD^2-2\cdot AC\cdot CD\cdot\cos\alpha$.

$AC\equiv d_1$. $BM=MD\equiv d_2$. ($AD=a+b$ მივიღებთ $(a+b)^2=d_1^2+d_2^2-2d_1d_2\cos\alpha$.

$\angle ACD=\alpha=\angle COB$. ($BM \parallel CD$ და ჯვ. 53 კუთხეები).

($\angle CAM=\angle ACB$; $\angle AOM=\angle BOC$) $\Rightarrow$ $\Delta COB \sim \Delta AOM$. $k=\frac{b}{a}$

მივიღებთ რომ $OM=\frac{bd_2}{a+b}$ $OB=\frac{ad_2}{a+b}$ $AO=\frac{bd_1}{a+b}$ $OC=\frac{ad_1}{a+b}$.

დავწეროთ კოსინუსების თეორემა ΔAOM-ში და ΔBOC-ში. $b^2=\frac{b^2d_1^2}{(a+b)^2}+\frac{b^2d_2^2}{(a+b)^2}-2\cdot\frac{b^2d_1d_2}{(a+b)^2}\cos\alpha$. $1=\frac{d_1^2}{(a+b)^2}+\frac{d_2^2}{(a+b)^2}-2\frac{d_1d_2}{(a+b)^2}\cos\alpha$.

$(a+b)^2=d_1^2+d_2^2-2d_1d_2\cos\alpha$.)

ფართობი ΔACD-ში არის $h\cdot\frac{a+b}{2}=50$. $AC=d_1$ $CD=d_2$ $S_{\Delta ACD}=50$.

$d_1+d_2=20$. $AC^2+CD^2-2\cdot AC\cdot CD\cos\alpha=a+b$ $d_1^2+d_2^2-2d_1d_2\cos\alpha=(a+b)^2$

თუ ვიპოვით $\cos\alpha$ მერე ვიპოვით $(a+b)$-ს და ჯამიდან $h=\frac{100}{a+b}$ ვიპოვით სიმაღლეს. ვიცით რომ $d_1+d_2=20$. $S_{\Delta ACD}=50$.